

Factorisez, si possible, les polynômes suivants :

1) $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x-4)(x+4)$
 différence de 2 carrés

2) $4x^2 - 8x - 5 = 4x^2 - 10x + 2x - 5 = (4x^2 - 10x) + (2x - 5)$
 Forme $ax^2 + bx + c$
 $P = 4 \cdot (-5) = -20$
 $S = -8$

{	-1×20
	1×-20
	2×-10
	-2×10
	⋮

$= 2x(2x-5) + (2x-5)$
 $= (2x-5)(2x+1)$

3) $9 - x^2 + 4x - 4 = -x^2 + 4x + 5 = - (x^2 - 4x - 5) = - (x-5)(x+1)$
 Forme $x^2 + bx + c$
 $P = -5$
 $S = -4$ (-5×1)

4) $3x^4y - 3x^2y - 36y = 3y(x^4 - x^2 - 12) = 3y(x^2 - 4)(x^2 + 3)$
 mise en évidence simple $P = -12$ (-4×3)
 $S = -1$
 $= 3y(x-2)(x+2)(x^2+3)$

5) $3x^2 - 5x - 8 = 3x^2 - 8x + 3x - 8 = (3x^2 - 8x) + (3x - 8)$
 Forme $ax^2 + bx + c$
 $P = 3 \cdot (-8) = -24$
 $S = -5$ (-8×3)
 $= x(3x - 8) + (3x - 8)$
 $= (3x - 8)(x + 1)$

$$\begin{aligned} 6) \quad \underline{7(x+4)^2 - (x-1)(x+4)} &= (x+4) \left[7(x+4) - (x-1) \right] \\ &\quad \text{mise en évidence simple} \\ &= (x+4) [7x+28-x+1] \\ &= (x+4) (6x+29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7) \quad -5x^2 + 19x + 4 &= -5x^2 - 1x + 20x + 4 = (-5x^2 - x) + (20x + 4) \\ \text{forme } ax^2 + bx + c &= -x(5x + 1) + 4(5x + 1) \\ p = -5 \cdot 4 = -20 &= (5x + 1)(-x + 4) \\ s = 19 \quad (-1 \times 20) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8) \quad \underline{2x(2x-1)^2(x+2)} + \underline{3(2x-1)(x+2)^2} &= (2x-1)(x+2) \left[\underline{2x(2x-1)} + \underline{3(x+2)} \right] \\ &\quad \text{mise en évidence simple} \\ &= (2x-1)(x+2) [4x^2 - 2x + 3x + 6] \\ &= (2x-1)(x+2) (4x^2 + x + 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9) \quad 3x^2 + 4x + 1 &= 3x^2 + 3x + x + 1 = (3x^2 + 3x) + (x + 1) \\ \text{forme } ax^2 + bx + c &= 3x(x+1) + (x+1) \\ p = 3 \cdot 1 = 3 &= (x+1)(3x+1) \\ s = 4 \quad (3 \cdot 1) & \end{aligned}$$

10) $x^2 + x + 1$

forme $x^2 + bx + c$

$$P = 1 \quad \begin{cases} 1 \times 1 \\ -1 \times -1 \end{cases}$$

$$S = 1$$

non-décomposable

$$11) x^3 - 2x^2 - 15x = x \underbrace{(x^2 - 2x - 15)}_{\substack{\text{mise en} \\ \text{évidence} \\ \text{simple.}}} = x(x-5)(x+3)$$

$$\text{forme } x^2 + bx + c$$

$$P = -15 \quad (-5 \times 3)$$

$$S = -2$$

$$12) 10x^2 - 14x - 12 = 2 \underbrace{(5x^2 - 7x - 6)}_{\substack{\text{mise en évidence} \\ \text{simple}}} = 2 [5x^2 - 10x + 3x - 6]$$

$$\text{forme } ax^2 + bx + c$$

$$P = -30 \quad (-10 \times 3)$$

$$S = -7$$

$$= 2 [(5x^2 - 10x) + (3x - 6)]$$

$$= 2 [5x(x-2) + 3(x-2)]$$

$$= 2 (x-2)(5x+3)$$

$$13) 2x^2 - x - 6 = 2x^2 - 4x + 3x - 6 = (2x^2 - 4x) + (3x - 6)$$

$$\text{forme } ax^2 + bx + c$$

$$P = -12 \quad (-4 \times 3)$$

$$S = -1$$

$$= 2x(x-2) + 3(x-2)$$

$$= (x-2)(2x+3)$$

$$14) (x+2)^2 - 4 = \underbrace{(x+2)^2 - 2^2}_{\text{différence de 2 carrés}} = [(x+2)-2][(x+2)+2]$$

$$= x(x+4)$$

$$\begin{aligned} 15) \quad 3x^2 - 20x - 7 &= 3x^2 - 21x + x - 7 = (3x^2 - 21x) + (x - 7) \\ &\text{forme } ax^2 + bx + c \\ P &= -21 \quad (-21 \cdot 1) \\ S &= -20 \\ &= 3x(x - 7) + (x - 7) \\ &= (x - 7)(3x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16) \quad 2x^3 - 12x^2 + 18x &= 2x(x^2 - 6x + 9) = 2x(x - 3)(x - 3) \\ &\text{mise en évidence simple} \\ &\text{forme } x^2 + bx + c \\ P &= 9 \quad (-3 \cdot -3) \\ S &= -6 \\ &\text{ou} \\ &\text{trinôme carré parfait} \\ &= 2x(x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17) \quad x^2 + 7x + 12 &= (x + 4)(x + 3) \\ &\text{forme } x^2 + bx + c \\ P &= 12 \quad (4 \cdot 3) \\ S &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18) \quad 2x^3y + 6x^2y^3 &= 2x^2y(x + 3y^2) \\ &\text{mise en évidence simple} \end{aligned}$$

$$19) \quad y^2 + 4 \quad \text{non-décomposable} \quad \text{car } y^2 + 2^2 \text{ est une somme de 2 carrés.}$$

$$\begin{aligned} 20) \quad 1 - (x - 2)^2 &= 1^2 - (x - 2)^2 = [1 - (x - 2)][1 + (x - 2)] \\ &\text{différence de 2 carrés} \\ &= [1 - x + 2][1 + x - 2] \\ &= (3 - x)(x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21) \quad x^3 - 4x^2 + 4x &= x \underbrace{(x^2 - 4x + 4)}_{\substack{\text{forme } x^2+bx+c \\ p=4 \\ q=-4 \\ \text{ou trinôme carré parfait}}} = x(x-2)(x-2) \\
 &\quad \text{mise en évidence simple} \qquad \qquad \qquad = x(x-2)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 22) \quad (2x+1)^2 - 16 &= (2x+1)^2 - 4^2 = [(2x+1)-4][(2x+1)+4] \\
 &\quad \text{différence de 2 carrés} \\
 &= (2x-3)(2x+5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 23) \quad x^2(5-x)^2 + x(5-x)^3 &= x(5-x)^2 [x + (5-x)] \\
 &\quad \text{mise en évidence simple} \\
 &= x(5-x)^2 [x + 5 - x] \\
 &= 5x(5-x)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 24) \quad 81x^4 - 16 &= (9x^2)^2 - 4^2 = \underbrace{(9x^2-4)}_{\text{diff. de 2 carrés}} \underbrace{(9x^2+4)}_{\substack{\text{Somme de 2 carrés} \\ \text{non décomposable}}} \\
 &\quad \text{différence de 2 carrés} \\
 &= ((3x)^2 - 2^2) (9x^2+4) \\
 &= (3x-2)(3x+2)(9x^2+4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 25) \quad 16 - (4-x)^2 &= 4^2 - (4-x)^2 = (4-(4-x))(4+(4-x)) \\
 &\quad \text{différence de 2 carrés} \\
 &= (4-4+x)(4+4-x) \\
 &= x(8-x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 26) \quad 4x^4y - 2x^3y - 36x^2y + 18xy &= 2xy (2x^3 - x^2 - 18x + 9) \\
 &\quad \text{mise en évidence simple} \\
 &= 2xy \left[(2x^3 - x^2) + (-18x + 9) \right] \\
 &\quad \text{mise en évidence double} \\
 &= 2xy \left[x^2(2x - 1) - 9(2x - 1) \right] \\
 &= 2xy (2x - 1) (x^2 - 9) \\
 &\quad \text{différence de 2 carrés} \\
 &= 2xy (2x - 1) (x - 3)(x + 3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 27) \quad 16x^3 - 25xy^2 &= x [16x^2 - 25y^2] = x [(4x)^2 - (5y)^2] \\
 &\quad \text{mise en évidence simple} \qquad \qquad \qquad \text{différence de 2 carrés} \\
 &= x (4x - 5y)(4x + 5y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28) \quad 5x^2 - 7x + 2 &= 5x^2 - 5x - 2x + 2 = (5x^2 - 5x) + (-2x + 2) \\
 &\quad \text{forme } ax^2 + bx + c \\
 P &= 10 \quad (-5x - 2) \\
 S &= -7 \\
 &= 5x(x - 1) - 2(x - 1) \\
 &= (x - 1)(5x - 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 29) \quad -5x^2 + 10x - 5 &= -5 (x^2 - 2x + 1) \\
 &\quad \text{mise en évidence simple} \qquad \text{forme } x^2 + bx + c \\
 &\quad P = 1 \quad (-1x - 1) \\
 &\quad S = -2 \\
 &\quad \text{ou} \\
 &\quad \text{trinôme carré parfait}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -5 (x - 1)(x - 1) \\
 &= -5 (x - 1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
30) (1+x)^2 - (1-x^2)^2 &= \underbrace{\left[(1+x) - (1-x^2) \right] \left[(1+x) + (1-x^2) \right]}_{\text{différence de 2 carrés}} \\
&= \left[\cancel{1} + x - \cancel{1} + x^2 \right] \left[1 + x + 1 - x^2 \right] \\
&= (x^2 + x) (-x^2 + x + 2) \\
&= x(x+1) (-1) \underbrace{(x^2 - x - 2)}_{\text{forme } x^2+bx+c \text{ avec } P=-2, S=-1} \\
&= -x(x+1)(x-2)(x+1) \\
&= -x(x+1)^2(x-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
31) 4x^3 + 14x^2 + 6x &= 2x \underbrace{(2x^2 + 7x + 3)}_{\text{forme } ax^2+bx+c \text{ avec } P=6, S=7} \\
&= 2x \left[2x^2 + 6x + x + 3 \right] \\
&= 2x \left[(2x^2 + 6x) + (x + 3) \right] \\
&= 2x \left[2x(x+3) + (x+3) \right] \\
&= 2x(x+3)(2x+1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
32) (x^2 - 9)^6 &= \left[\underbrace{x^2 - 3^2}_{\text{différence de 2 carrés}} \right]^6 \\
&= \left[(x-3)(x+3) \right]^6 \\
&= (x-3)^6 (x+3)^6
\end{aligned}$$