Atelier #6

Propriétés des logarithmes

Rappel : L'équation $y = \log_b(x)$ est interprétée par la phrase suivante :

« *y* est l'exposant que l'on doit mettre à la base *b* pour obtenir *x* »

Il y a donc une relation d'équivalence entres les équations logarithmiques et exponentielles :

$$y = \log_b(x) \Leftrightarrow b^y = x$$

Propriétés :

1) $\log_b(1) = 0$

2) $\log_b(b) = 1$

3) $\log_b(uv) = \log_b(u) + \log_b(v)$

4) $\log_b(u/v) = \log_b(u) - \log_b(v)$

5) $\log_b(u^n) = n \log_b(u)$

6) $\log_b(b^n) = n$

7) $b^{\log_b(u)} = u$

8) $\log_a(u) = \frac{\log_b(u)}{\log_b(a)}$

À l’aide de ses propriétés, il est possible de *« développer »* une expression contenant un logarithme. Il s’agit de décomposer l’argument du logarithme afin d’obtenir plusieurs logarithmes plus petits.

Ex :

Il est aussi possible de *« simplifier »* une expression possédant plusieurs logarithmes. Il s’agit alors au contraire de combiner les logarithmes afin d’en obtenir un seul.

Ex :

Ex :

Finalement, il est possible de calculer des valeurs de logarithmes sans connaitre la base si on connait déjà certaines autres valeurs pour cette même base.

Ex :

Résolution d'équations exponentielles

Outillés des propriétés des logarithmes, il est finalement possible de résoudre des équations avec des inconnus qui se situent au niveau des exposants.

Ex :

Ex :

Exemple : La taille $P(t)$ d'une population de cerfs dans une région protégée en fonction du temps *t* exprimé en années est donnée par

$$P(t) = \frac{1000}{1 + 9e^{-2t}}$$

Déterminons le temps requis pour observer 400 cerfs dans cette région protégée.