

Atelier #3

Fonctions exponentielles

Déf : Une fonction exponentielle est de la forme $f(x) = b^x$, avec $b \in]0, \infty[\setminus\{1\}$ appelé la base de la fonction

Ex :

Ex :

Rem : $b \in]0, \infty[\setminus\{1\}$ car...

Rappel : (*Propriétés des exposants*)

1) $b^0 = 1$

2) $b^1 = b$

3) $(ab)^x = a^x b^x$

4) $(a/b)^x = a^x / b^x$

5) $(b^x)^y = b^{xy}$

6) $b^x b^y = b^{x+y}$

7) $b^x / b^y = b^{x-y}$

8) $b^{-x} = 1/b^x$

9) $b^{1/n} = \sqrt[n]{b}$

10) $b^{m/n} = \sqrt[n]{b^m}$

Déf : La constante de Neper, notée « e », est une base utile dans plusieurs applications réelles. e est un nombre irrationnel d'une valeur d'environ 2.72.

Ex :

Rem : $Dom_f = \mathbb{R}, Im_f =]0, \infty[$, $f(0) = 1$, partout positive, pas de zéros, pas de min/max, croissante si $b > 1$, décroissante si $b < 1$.

Exemple 11.4, p. 335 : On place un capital de 5000\$ au taux d'intérêt nominal de 5% capitalisé annuellement. Déterminons la fonction $C(n)$ donnant le capital accumulé au bout de n années.

Exemple 11.5, p. 336 : La taille $P(t)$ d'une population de cerfs dans une région protégée en fonction du temps t exprimé en années est donnée par :

$$P(t) = \frac{1000}{1 + 9e^{-2t}}$$

Rem : Il est possible de multiplier une fonction exponentielle $f(x) = b^x$ par une constante $a \in \mathbb{R}^*$. Alors $f(x) = a(b^x)$. (Aussi $f(0) = a(b^0) = a(1) = a$)

Selon le signe des constantes a et b :

Ex :

Ex :

Exemple: Une colonie de mouches croît de manière exponentielle. Si on a initialement 400 mouches et qu'au bout de 3 jours on en retrouve 900, déterminons la règle $N(t) = a(b^t)$ donnant le nombre de mouches au bout de t jours. Déterminons également le nombre de mouches au bout de 6 jours.